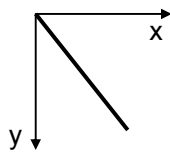
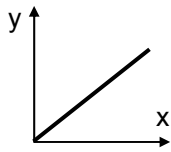


GRÁFICOS E FUNÇÕES

1. PROPORÇÃO DIRETA

$y = a \cdot x$

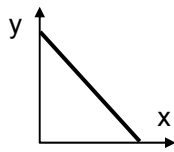
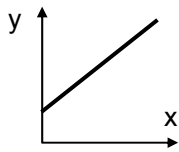
a = constante.



2. VARIAÇÃO LINEAR

$y = a \cdot x + b$

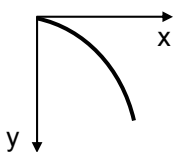
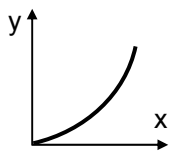
a, b = constantes.



3. VARIAÇÃO COM O QUADRADO

$y = a \cdot x^2$

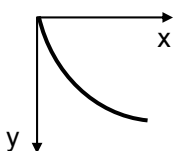
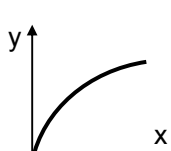
a = constante.



4. VARIAÇÃO COM A RAIZ

$y = a \cdot \sqrt{x}$

a = constante.

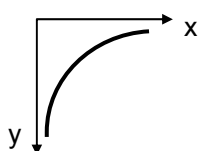
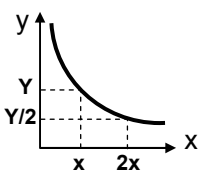


5. VARIAÇÃO COM O INVERSO

A. Simples

$y = a \cdot \frac{1}{x}$

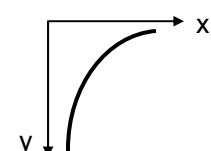
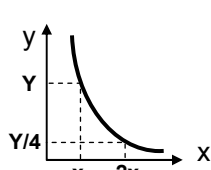
a = constante.



B. Do Quadrado

$y = a \cdot \frac{1}{x^2}$

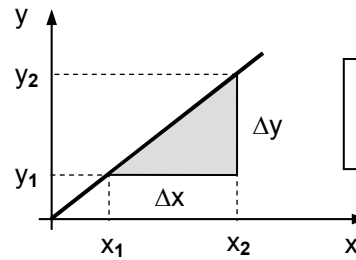
a = constante



INCLINAÇÃO DO GÁFICO E CONSTANTES DE PROPORCIONALIDADE

1. $y = a \cdot x$

$\Rightarrow y$ é PROPORCIONAL a x .
(Se $a = \text{const.}$)



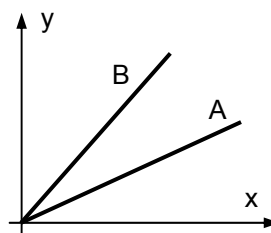
$\Delta y = y_2 - y_1$
 $\Delta x = x_2 - x_1$

$a = I =$ INCLINAÇÃO do gráfico (coeficiente angular da reta)

$a = I = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{VERTICAL}}{\text{HORIZONTAL}}$

OBS.: Se o gráfico é uma **RETA** a INCLINAÇÃO é uma **CONSTANTE** ($a = \text{constante}$)

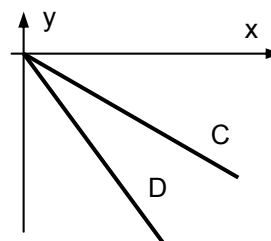
EXEMPLOS



I_B e $I_A =$ CONSTANTES
(a_B e a_A)

$I_B > 0$ e $I_A > 0$
(Inclinações POSITIVAS)

$a_B > a_A \Rightarrow I_B > I_A$
(Inclinação) $_B >$ (Inclinação) $_A$



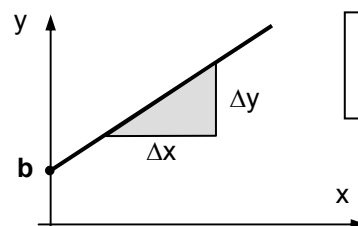
I_D e $I_C =$ CONSTANTES
(a_D e a_C)

$I_D < 0$ e $I_C < 0$
(Inclinações NEGATIVAS)

$|a_D| > |a_C| \Rightarrow |I_D| > |I_C|$
(Inclinação) $_D >$ (Inclinação) $_C$
[em módulo]

2. $y = a \cdot x + b$

$\Rightarrow y$ **NÃO É** proporcional a x .
(Mesmo com $a, b = \text{constantes}$)



$\Delta y = y_2 - y_1$
 $\Delta x = x_2 - x_1$

$a = I =$ INCLINAÇÃO do gráfico = $\Delta y / \Delta x$

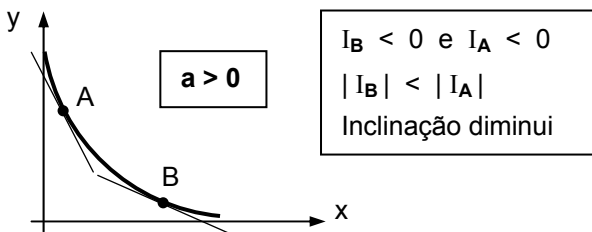
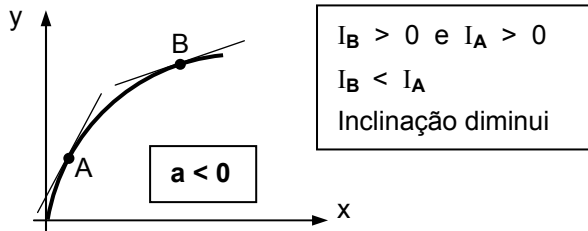
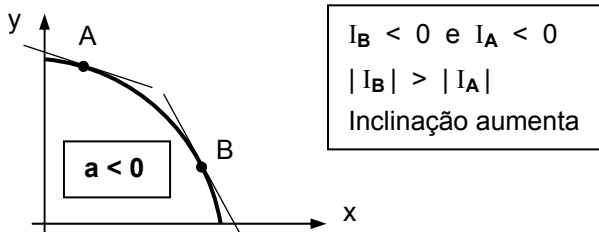
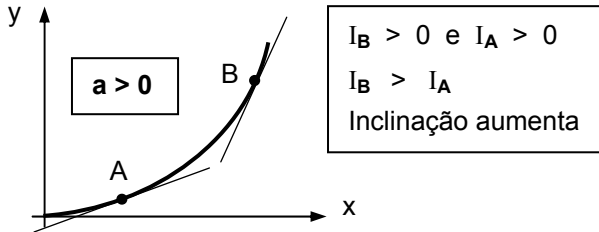
$b =$ valor de y para $x = 0$ (Coef. Linear da reta)

3. $y = a.x^2 + b.x + c \Rightarrow y$ só é proporcional ao quadrado de x se $a = \text{const.}$ e $b = 0; c = 0$

OBS:

- a (constante) **não** é a inclinação (I) do gráfico.
- $I = \text{INCLINAÇÃO}$ em cada ponto do gráfico.

EXEMPLOS

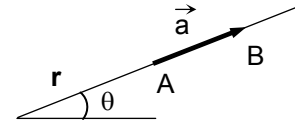


VETORES

Grandezas Físicas

- Escalares:** aquelas que ficam perfeitamente definidas apenas com o seu MÓDULO (valor numérico + unidade de medida).
- Vetoriais:** aquelas que, para ficarem bem definidas, precisamos fornecer o MÓDULO, DIREÇÃO e SENTIDO.

VETOR é o segmento orientado de reta que serve para representar uma grandeza vetorial (OBS.: O vetor deve representar MÓDULO, DIREÇÃO e SENTIDO da grandeza vetorial.)



Exemplo:

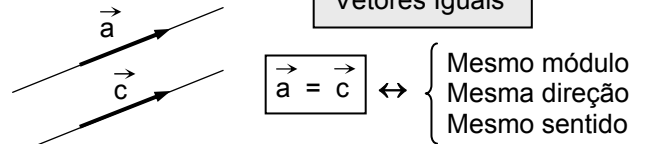
MÓDULO: é o valor da grandeza (valor numérico + unidade de medida).

DIREÇÃO: é a mesma da reta suporte (r) do vetor (dada pelo ângulo θ da figura).

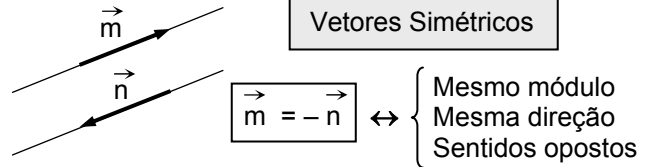
SENTIDO: é indicado pela SETA do vetor.

\vec{a} : vetor (módulo/direção/sentido) = segmento AB
 a ou $|\vec{a}|$: módulo do vetor (valor da grandeza).

Vetores Iguais

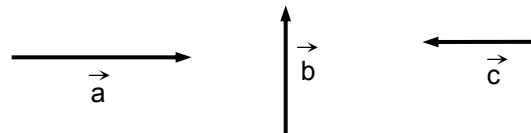


Vetores Simétricos

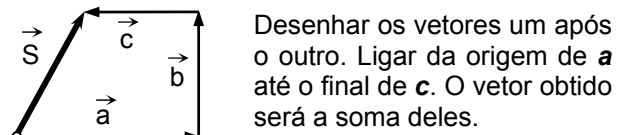


Operações com vetores

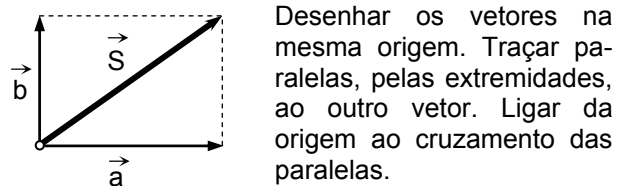
Sejam os vetores abaixo:



1) ADIÇÃO $\rightarrow \vec{S} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
 (Regra do polígono)



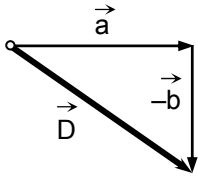
2) ADIÇÃO $\rightarrow \vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$
 (Regra do paralelogramo)



Obs.: Lembre-se de que as operações vetoriais não são algébricas. Elas são GEOMÉTRICAS. Assim, a soma, por exemplo, de dois vetores de valores 6 e 8 pode NÃO dar 14. Na figura anterior, se $a = 6$ e $b = 8$ a soma deles será $S = 10$. **Você quer a diagonal de um retângulo !!!**

3) SUBTRAÇÃO

$$\vec{D} = \vec{a} - \vec{b}$$



Mude a subtração para uma soma: $\vec{D} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Faça a soma do vetor **a** com o simétrico de **b**, usando qualquer um dos processos anteriores.

4) MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR

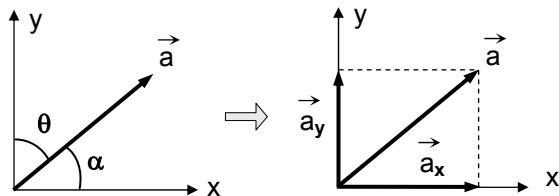
$$\vec{m} = 2 \cdot \vec{a}$$

O vetor **m** tem a mesma direção e sentido do vetor **a**, se o escalar for positivo (+2).

$$\vec{n} = -2 \cdot \vec{a}$$

O vetor **n** tem a mesma direção e sentido oposto do vetor **a**, se o escalar for negativo (-2).

5) COMPONENTES CARTESIANAS



Usando o ângulo α :

$$a_x = a \cdot \cos \alpha$$

$$a_y = a \cdot \sin \alpha$$

Usando o ângulo θ :

$$a_x = a \cdot \sin \theta$$

$$a_y = a \cdot \cos \theta$$

CINEMÁTICA

INTRODUÇÃO

- POSIÇÃO (\vec{x}) - Distância do móvel até um ponto tomado como referência (km ZERO da estrada, por exemplo).
- DESLOCAMENTO ($\vec{\Delta x}$) - Variação de posição. Vetor que liga do ponto de partida ao ponto de chegada. $\Delta x = x - x_0$
- DISTÂNCIA PERCORRIDA (d) - Distância efetivamente percorrida por um móvel (por exemplo, nº de "km" rodados). É uma grandeza escalar.
- VELOCIDADE MÉDIA (V_m) - Distância percorrida dividida pelo tempo gasto. É uma grandeza escalar.

$$V_m = \frac{d}{t}$$

- VELOCIDADE VETORIAL MÉDIA (\vec{V}_m): Deslocamento dividido pelo tempo gasto.

$$\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{t}$$

OBS.: Nas duas definições **t** é o tempo gasto no movimento.

- ACELERAÇÃO MÉDIA (\vec{a}_m): Mede a VARIAÇÃO da velocidade no intervalo de tempo (t).

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{t}$$

- VELOCIDADE INSTANTÂNEA (\vec{V}) - Velocidade num instante particular do movimento.
- ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA (\vec{a}) - Aceleração num instante particular do movimento.

IMPORTANTE:

- Os termos VELOCIDADE (V) e ACELERAÇÃO (a) referem-se aos seus valores instantâneos.
- Se $V = \text{constante} \Rightarrow \mathbf{V} = \mathbf{V}_m$
- Se $a = \text{constante} \Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{a}_m$

MOVIMENTOS RETILÍNEOS

(A trajetória é uma linha reta.)

- UNIFORME
 - O módulo da velocidade é constante ($|V| = \text{const.}$)
 - $\mathbf{a} = 0$
- ACELERADO
 - O módulo da velocidade é variável ($|V| = \text{varia.}$)
 - $\mathbf{a} \neq 0$

OBSERVAÇÕES:

Se $|V| = \text{aumenta} \Rightarrow \mathbf{V}$ e \mathbf{a} têm o mesmo sentido.

Se $|V| = \text{diminui} \Rightarrow \mathbf{V}$ e \mathbf{a} têm sentidos opostos.

Mesmo que a velocidade DIMINUA, o movimento deve ser chamado, na UFMG, de ACELERADO (isso significa que existe aceleração).

Algumas escolas usam o seguinte conceito:

Acelerado: $|V| = \text{aumenta}$ (\mathbf{V} e \mathbf{a} c/ mesmo sentido)
Retardado: $|V| = \text{diminui}$ (\mathbf{V} e \mathbf{a} c/ sentidos opostos)

O movimento será UNIFORMEMENTE ACELERADO se $|V|$ aumenta (ou diminui) de MANEIRA UNIFORME $\Rightarrow a = \text{CONST.}$

Movimentos Retilíneos - Estudo Analítico

1) M.R.U.

$\vec{V} = \text{constante} \Rightarrow$

- $V = V_m$
- $a = 0$
- $d \propto t$ (percorre distâncias iguais em tempos iguais).

$$d = V \cdot t$$

$$\Delta x = V \cdot t$$

$$x = x_0 + V \cdot t$$

d = distância percorrida, Δx = deslocamento, x = posição, V = velocidade, t = tempo gasto.

2) M.R.U.A.

|V| = Varia ⇒

- $a = a_m = \text{constante}$.
- Se $V_0 = 0 \rightarrow d \propto t^2$.
- Se $V = \text{aumenta} \rightarrow V_0$ e a de mesmo sinal.
- Se $V = \text{diminui} \rightarrow V_0$ e a de sinais contrários.

$V = V_0 + a.t$

$V^2 = V_0^2 + 2.a.d$

$d = V_0.t + (1/2).a.t^2$

$x = x_0 + V_0.t + (1/2).a.t^2$

(V_0 = velocidade inicial e a = aceleração)

3) M.Q.L. (Movimento de queda livre)

Movimento na vertical (subida ou descida), desprezando a resistência do ar, sujeito à aceleração da gravidade.

$a = g = \text{constante} \Rightarrow \text{MQL} = \text{MRUA}$

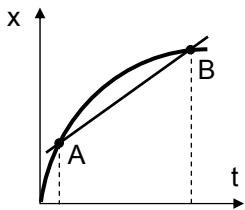
(Usar as mesmas equações colocando g no lugar de a e H no lugar de d .)

OBS.: Na altura máxima: $V = 0$ e $a = g$.

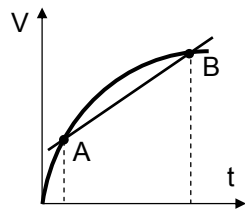
Movimentos Retilíneos - Estudo Gráfico

Gráf. $X \times t$ (ou $d \times t$)

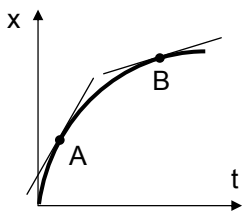
Gráf. $V \times t$



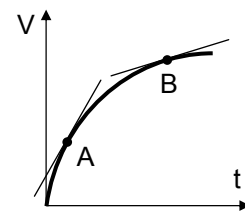
Inclinação (secante)
⇒ V_m (entre A e B)



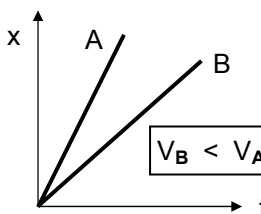
Inclinação (secante)
⇒ a_m (entre A e B)



Inclinação (tangente)
= V nos instantes A e B.
→ $V_B < V_A$

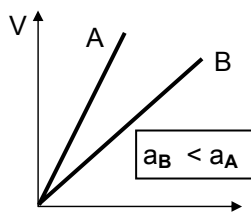


Inclinação (tangente)
= a nos instantes A e B.
→ $a_B < a_A$



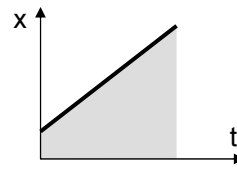
$V_B < V_A$

$I = \text{const.} \Rightarrow V = \text{const.}$

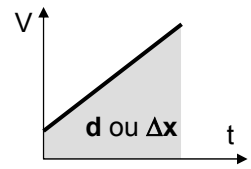


$a_B < a_A$

$I = \text{const.} \Rightarrow a = \text{const.}$



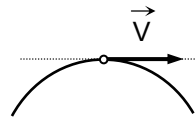
Área sob o gráfico = NADA!



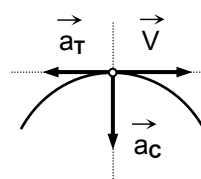
Área sob o gráfico = d ou Δx

MOVIMENTOS CURVILÍNEOS

(A trajetória é uma linha curva.)



O vetor velocidade (\vec{V}) é tangente à trajetória em cada instante

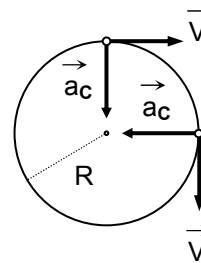


A aceleração centrípeta (\vec{a}_c) é perpendicular à velocidade. Ela altera a DIREÇÃO da V .

A aceleração tangencial (\vec{a}_T) tem a mesma direção da V . Ela altera o MÓDULO da V .

- V e a_T mesmo sentido → $|V| = \text{aumenta}$.
- V e a_T sentidos opostos → $|V| = \text{diminui}$.
- Aceleração (total) é a soma vetorial de a_T e a_c .

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME



- $a_T = 0 \Rightarrow |V| = \text{const.}$
- $|a_c| = \text{const.} \Rightarrow R = \text{const.}$
- $a_c \perp V \Rightarrow V = \text{varia em direção e sentido (movimento circular)}$

T = Período = Tempo gasto em cada volta.

f = Frequência = N° de voltas na unidade de tempo.

ω = Velocidade Angular = "rapidez" com que varre ângulos.

V = Velocidade = "rapidez" com que percorre uma distância d .

$f = \frac{1}{T}$

$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$

$V = \frac{d}{t} = \frac{2\pi R}{T}$

$V = \omega.R$

$a_c = \frac{V^2}{R} = \omega^2.R$

OBS.:

- Como o MCU possui aceleração, ele não tem tal nome para a UFMG. Lá, ele é chamado de MOVIMENTO CIRCULAR COM MÓDULO DE VELOCIDADE CONSTANTE.

ÓTICA GEOMÉTRICA

Vamos estudar a Ótica sem preocupar, aqui, com a natureza da luz e nem com a causa da formação das imagens e da visão que temos dos objetos.

Luz Branca

A luz BRANCA, emitida pelo Sol, é formada por infinitas radiações (cores do espectro), das quais existem sete cores básicas ou principais: vermelho, alaranjado, amarelo, verde, azul, anil e violeta.

Cores dos Objetos

Um objeto é visto por causa da luz emitida ou refletida por ele. As cores dos objetos dependem da luz incidente e refletida por eles. Um objeto iluminado por luz branca será visto branco se refletir todas as "cores". Se ele refletir somente o "verde" e absorver as demais, será visto na cor verde.

Cor do Objeto	Radiação Incidente	Cor na qual o objeto será visto
Branco	Branca	Branco
Branco	Azul	Azul
Preto	Branca	Preto
Azul	Branca	Azul
Azul	Azul	Azul
Azul	Vermelha	Preto

Propagação da Luz

- A luz se propaga em todas as direções e em linha RETA nos meios isotrópicos e homogêneos.
- Os raios luminosos são independentes entre si. Quando raios de luz se cruzam cada um segue seu caminho, como se não tivesse havido o cruzamento (**Independência** dos raios de luz).
- O trajeto seguido por um raio de luz não se modifica quando o sentido da propagação for invertido. Isto é, a luz volta pelo mesmo caminho usado na ida (**Reversibilidade** dos raios de luz).

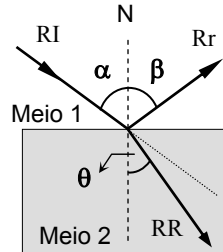
Tipos de imagens

Real	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Formada pelo encontro dos raios refletidos (ou refratados). ▪ Invertida em relação ao objeto (de cabeça para baixo).
Virtual	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Formada pelos prolongamentos dos raios refletidos (ou refratados). ▪ Direta em relação ao objeto (de cabeça para cima).

FENÔMENOS ÓTICOS:

REFLEXÃO

A luz incide numa superfície, "bate e volta", e continua no mesmo meio original.



REFRAÇÃO

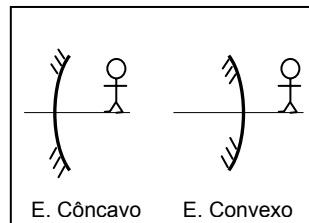
A luz passa de um meio para outro, alterando sua velocidade de propagação.

RI = Raio incidente
 Rr = Raio Refletido
 RR = Raio Refratado
 α = Ângulo de incidência
 β = Ângulo de reflexão
 θ = Ângulo de refração
 N = Normal à superfície

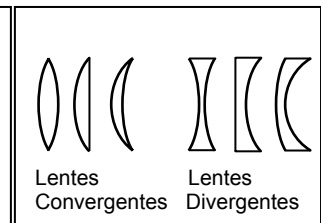
OBS.: A velocidade da luz é diferente nos dois meios. Se o meio 1 for o vácuo (velocidade $c = 3 \times 10^8$ m/s), a velocidade (V) no meio 2 será sempre MENOR. O índice de refração (n) de um meio (para uma dada radiação) é: $n = c / V$.

- RI, Rr e N estão no mesmo plano.
- $\alpha = \beta$ (sempre)
- RI, RR e N estão no mesmo plano.
- $\frac{\sin \alpha}{\sin \theta} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}$

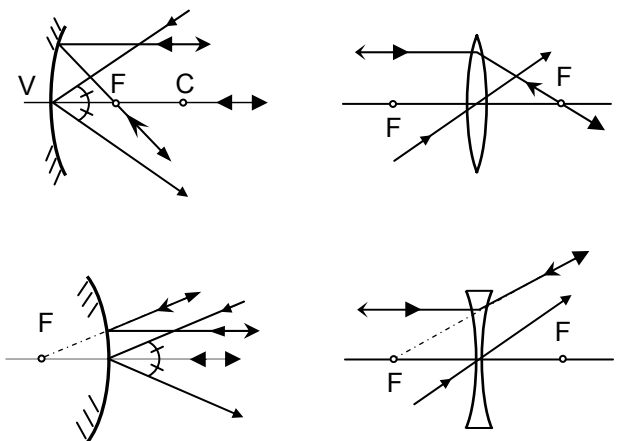
ESPELHOS



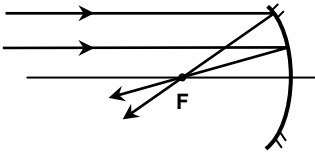
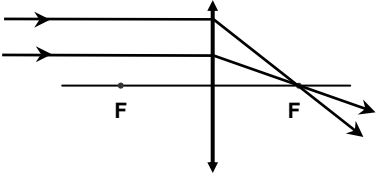
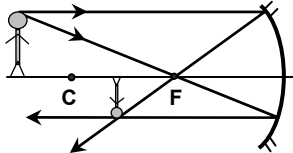
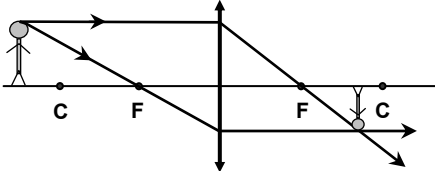
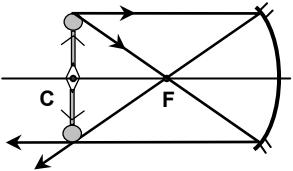
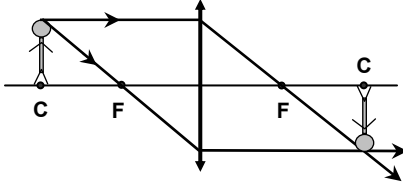
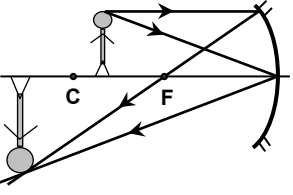
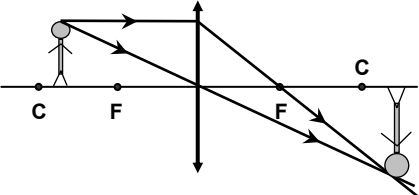
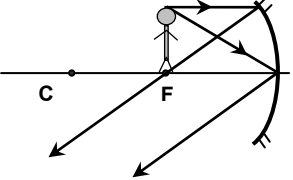
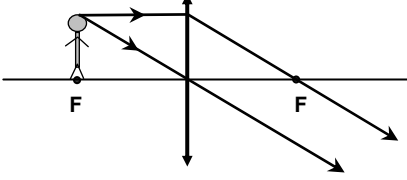
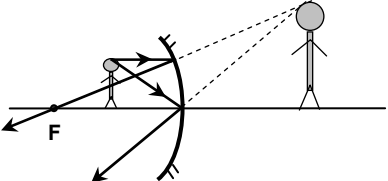
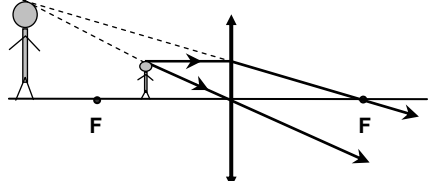
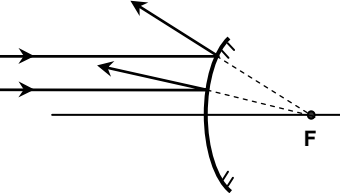
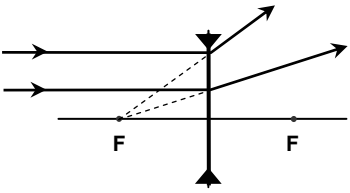
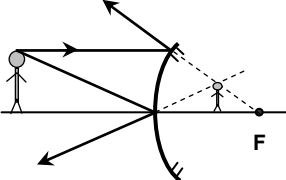
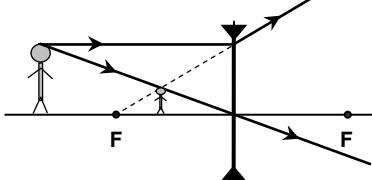
LENTES



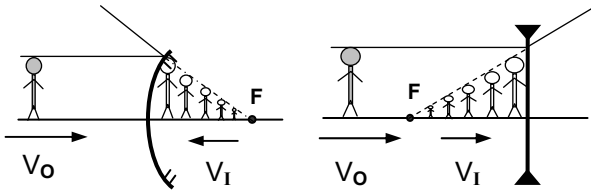
RAIOS NOTÁVEIS



FORMAÇÃO DE IMAGENS - COMPARAÇÃO ENTRE ESPELHOS E LENTES.

POSIÇÃO DO OBJETO	ESPELHO CÔNCAVO	LENTE CONVERGENTE $d_{C-Lente} = 2.f$	TIPO DE IMAGEM
Objeto no infinito (Raios paralelos ao eixo)			REAL , muito pequena, situada praticamente sobre o foco.
Objeto além de C ($D_o > 2.f$)			REAL , INVERTIDA, MENOR ($H_i < H_o$), entre C e F ($D_i < D_o$)
Objeto sobre o ponto C ($D_o = 2.f$)			REAL , INVERTIDA, IGUAL ($H_i = H_o$), sob C ($D_i = D_o$)
Objeto entre F e C ($f < D_o < 2.f$)			REAL , INVERTIDA, MAIOR ($H_i > H_o$), Além de C ($D_i > D_o$)
Objeto sobre F ($D_o = f$)			NÃO EXISTE IMAGEM Raios refletidos (ou refratados) não se cruzam (paralelos)
Objeto antes do Foco ($D_o < f$)			VIRTUAL , DIRETA, MAIOR ($H_i > H_o$), Mais LONGE ($D_i > D_o$)
	ESPELHO CONVEXO	LENTE DIVERGENTE	
Objeto no infinito (Raios paralelos ao eixo)			VIRTUAL , muito pequena, situada praticamente sobre o foco.
Objeto a qualquer distância finita			VIRTUAL , DIRETA, MENOR ($H_i < H_o$), Mais PERTO ($D_i < D_o$)

Espelho Convexo e Lente Divergente:

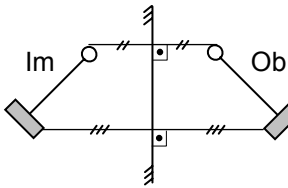


Se o objeto se desloca do infinito ao espelho (lente), sua imagem se desloca do foco ao espelho (lente) e **aumenta** de tamanho.

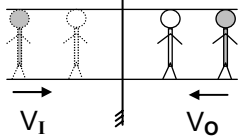
Espelho Plano:

A imagem é **sempre** :

- Virtual e Direta.
- Simétrica em relação ao espelho ($D_O = D_I$)
- $H_O = H_I$ (para qualquer distância ao espelho).

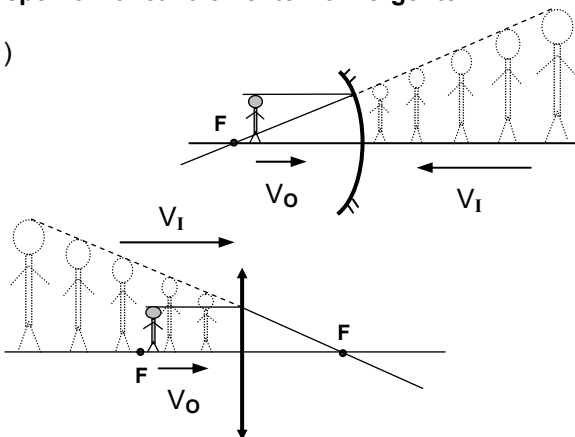


Se o objeto se desloca do infinito ao espelho, sua imagem se desloca do infinito ao espelho e **mantém** o tamanho.



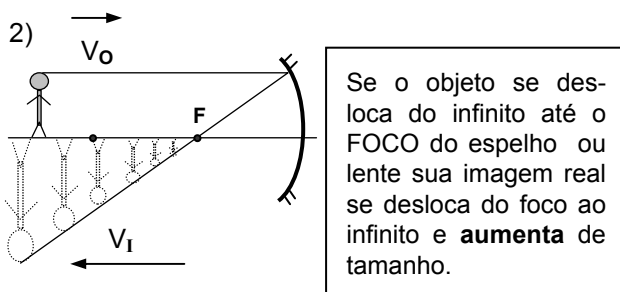
Espelho Côncavo e Lente Convergente:

1)

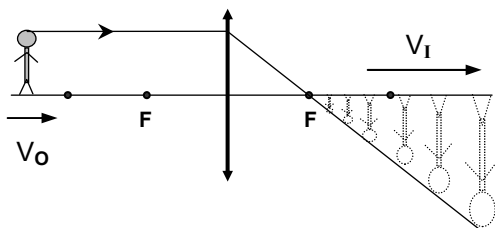


Se o objeto se desloca do FOCO até o espelho (lente), sua imagem virtual se desloca do infinito ao espelho (lente) e **diminui** de tamanho.

2)



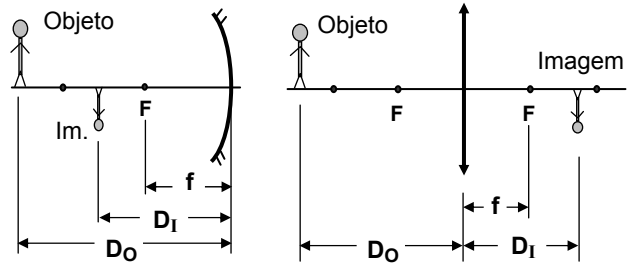
Se o objeto se desloca do infinito até o FOCO do espelho ou lente sua imagem real se desloca do foco ao infinito e **aumenta** de tamanho.



Conclusão sobre deslocamento de objetos:

- Se o objeto se APROXIMA do espelho ou lente, a imagem **VIRTUAL** também se APROXIMA;
- Se o objeto se APROXIMA do espelho ou lente, a imagem **REAL** se AFASTA.

ESTUDO ANALÍTICO - Espelhos e Lentes



$$A = \frac{H_I}{H_O} = \frac{D_I}{D_O}$$

A = Ampliação linear
H = Alturas do Objeto/Imagem

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_O} + \frac{1}{D_I}$$

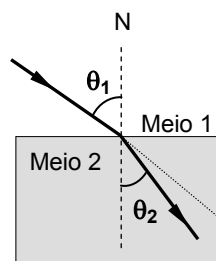
Sinais a serem usados na equação acima:

- $D_O > 0$ → Objeto Real (sempre);
- $f > 0$ → Esp. Côncavo ou lente Convergente;
- $f < 0$ → Esp. Convexo ou lente Divergente;
- $D_I > 0$ → Imagem Real e Invertida;
- $D_I < 0$ → Imagem Virtual e Direta.

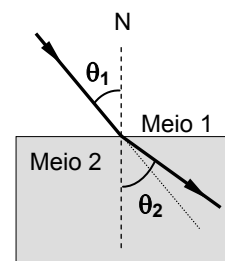
REFRAÇÃO E REFLEXÃO TOTAL

$$\frac{\text{sen } \theta_1}{\text{sen } \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\text{sen } \theta_N \propto \frac{1}{n} \propto V$$

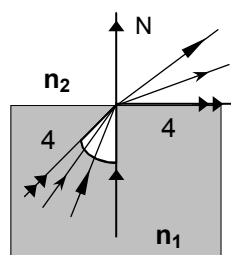


Como $\theta_2 < \theta_1$:
 $n_2 > n_1$ e $V_2 < V_1$
Luz aproxima da normal



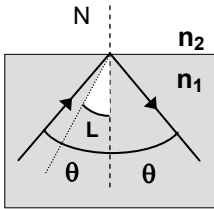
Como $\theta_2 > \theta_1$:
 $n_2 < n_1$ e $V_2 > V_1$
Luz afasta da normal

Seja $n_1 > n_2$:



À medida que o raio incidente se afasta da normal, o raio refratado também se afasta da normal. O raio 4 define o ângulo LIMITE (L):

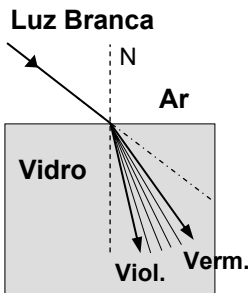
$$\text{sen } L = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{\text{MENOR}}}{n_{\text{MAIOR}}}$$



Se a luz incide, do meio **mais** refringente para o **menos** refringente, com ângulo de incidência (θ) **MAIOR** do que o limite (L), ela sofre **REFLEXÃO TOTAL**, ainda que o meio 1 seja transparente.

Se $n_1 > n_2$ e $\theta > L \Rightarrow$ **Reflexão Total**

DISPERSÃO DA LUZ BRANCA

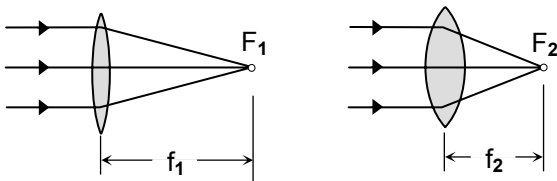


No vácuo e no ar todas as cores têm a mesma velocidade. No vidro (meio dispersivo), cada cor tem uma velocidade ($V_{VIO} < V_{VERM}$). O índice de refração do vidro depende da cor para o qual foi medido ($n_{VIO} > n_{VERM}$). O ângulo da luz com a normal depende de n ($\theta \propto 1/n$). Assim, a luz separa nas suas cores

$\theta_{VIOLETA} < \theta_{VERM}$.

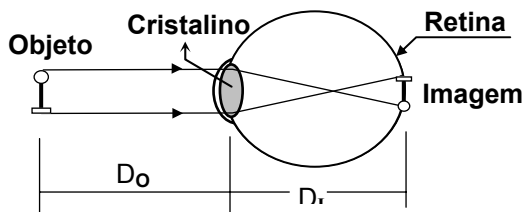
DISTÂNCIA FOCAL DE UMALENTE:

Observe as duas lentes abaixo:



A lente 2, de faces mais curvas, converge **MAIS** e tem distância focal **MENOR** que a lente 1 ($f_2 < f_1$).

OLHO HUMANO E SEUS DEFEITOS



A imagem será nítida para o observador se ela se formar sobre a retina (membrana no fundo do olho). Se a distância do objeto mudar, altera a distância focal do cristalino, de modo que a imagem continua a se formar na retina ("Poder de acomodação do cristalino").

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{D_0} + \frac{1}{D_1}$$

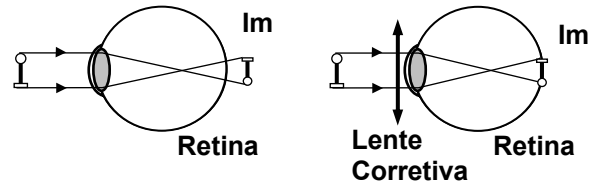
D_1 = tamanho do olho (constante)

Objeto aproxima $\rightarrow D_0$ DIMINUI $\rightarrow f$ DIMINUI (cristalino mais espesso = mais curvo = mais convergente).

Objeto afasta $\rightarrow D_0$ AUMENTA $\rightarrow f$ AUMENTA (cristalino mais fino = menos curvo = menos convergente);

1) HIPERMETROPIA

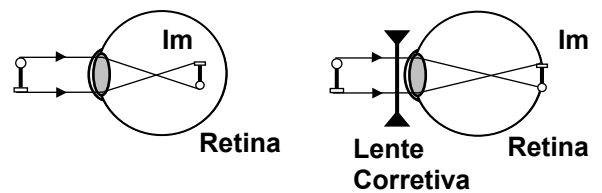
Dificuldade de acomodar para objeto próximo ao olho. A imagem se forma atrás da retina, pois o cristalino é **pouco convergente**.



Lente Corretiva: **CONVERGENTE** (Convergir **mais**).

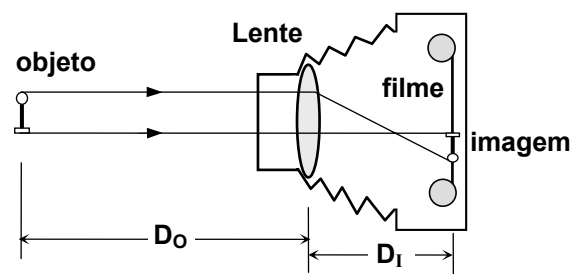
2) MIOPIA

Dificuldade de acomodar para objeto distante do olho. A imagem se forma antes da retina, pois o cristalino é **muito convergente**.



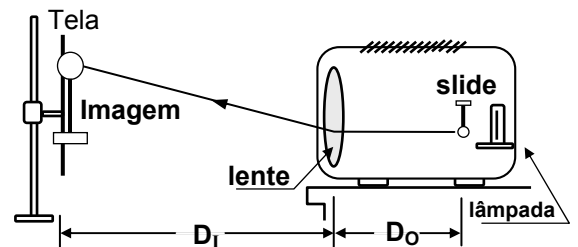
Lente Corretiva: **DIVERGENTE** (Convergir **menos**).

MÁQUINA FOTGRÁFICA



- A máquina tem funcionamento semelhante ao olho humano: a lente convergente ($f = \text{constante}$) seria o cristalino e o filme, no qual se forma a imagem, seria a retina.
- O objeto deve estar além do foco F da lente.
- A imagem projetada no filme é real, invertida e, de modo geral, menor que o objeto.
- O ajuste para diferentes posições do objeto é feito, normalmente, alterando-se a distância D_1 .

PROJETOR DE SLIDES



- O projetor tem uma lente convergente que projeta numa tela a imagem real, invertida e maior do slide (objeto), que é iluminado pela lâmpada.
- O slide deve se localizar além do foco da lente.